

TERMINALE S2 et S4

INTRODUCTION GENERALE

Le programme des classes de Terminales S2 et S4 s'inscrit dans la continuité de la réforme des programmes entreprise depuis 1990 à partir de la 6^{ème}. En conséquence, il prend en compte les changements adoptés dans les classes précédentes et se situe dans l'esprit de l'harmonisation des programmes de Mathématiques.

Ce programme est prévu pour cinq heures de cours par semaine. Le programme est formulé en termes de contenus. Ces contenus sont assortis de commentaires. Les compétences exigibles, sur lesquelles l'élève doit être évalué, complètent ce programme.

Les classes de Terminales S2 et S4 sont des classes à vocation scientifique tournée vers les sciences expérimentales. En conséquence, l'analyse et la gestion des données y prennent une place prépondérante.

L'acquisition par les élèves d'un raisonnement rigoureux et d'une bonne maîtrise technique des outils mathématiques doit se faire sans excès de formalisme et d'abstraction : les savoir faire sont privilégiés sur les savoirs théoriques.

L'introduction d'une nouvelle notion par des activités préparatoires sera toujours privilégiée sur une approche théorique. On donnera du sens à toute démarche mathématique afin de ne pas la déconnecter de la réalité.

Le raisonnement constitue un objectif majeur dans la formation. La formulation des démonstrations et la compréhension des énoncés (particulièrement en dénombrement) feront l'objet d'une étude soignée. Une liaison maths-français est souhaitable.

L'approche historique, quand elle est possible, sera encouragée pour donner à l'élève une ouverture sur la culture mathématique.

De nombreux concepts mathématiques seront utilisés dans les autres disciplines particulièrement en Sciences Physiques. Ce sera l'occasion au travers d'une collaboration interdisciplinaire de décloisonner l'enseignement.

Les exercices seront pris, autant que possible, dans le domaine socioculturel de l'élève.

ANALYSE.

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les fonctions numériques. L'objectif principal est d'exploiter la dérivation et l'intégration pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et des fonctions qui s'en déduisent de manière simple. Quelques problèmes d'importance majeure fournissent un terrain pour cette étude : étude de variations, recherche d'extrema, résolution d'équations et d'inéquations, calcul de grandeurs géométriques.

Quelques notions sur les suites complètent le programme d'analyse dans le seul but de permettre l'étude de situations discrètes sur des exemples simples.

Les activités sur les suites et les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés à priori, il convient aussi d'étudier des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences physiques, des sciences de la vie et de la terre, des sciences économiques et des sciences humaines.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p>D) FONCTIONS NUMÉRIQUES.</p> <p>1) Rappels et Compléments.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rappels sur la continuité . - Théorème des valeurs intermédiaires (admis). - Fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle : existence et continuité (admisses), monotonie, représentation graphique. - Etude des branches infinies - Théorèmes de comparaison des limites - Limite d'une fonction composée : a et l étant deux réels, si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et g est continue en b, alors $\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = g(b)$. - Composée de deux fonctions continues. <p>2) Dérivées et primitives.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dérivation d'une fonction composée de deux fonctions dérivables. Applications aux 	<ul style="list-style-type: none"> • Prolonge-ment par continuité. • On recherchera sur des exemples une valeur approchée d'un zéro d'une fonction continue. • Sur des exemples, déterminer, quand cela est possible, l'expression de $f^{-1}(x)$. • La dérivation de la réciproque (lorsque cela est possible) pourra être traitée et utilisée dans la suite du cours. 	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer l'image d'un intervalle par une fonction continue. • Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires pour rechercher une valeur approchée d'un zéro d'une fonction continue. • Justifier l'existence, la continuité et la monotonie d'une fonction réciproque. • Représenter la fonction réciproque d'une fonction bijective donnée à partir de la représentation de cette dernière. • Calculer la limite d'une fonction composée gof en un point a lorsque f

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p>fonctions du type f^a $a \in \mathbb{Q}$</p> <p>- Dérivation de la réciproque d'une fonction dérivable monotone et de dérivée non nulle.</p> <p>- Dérivées successives.</p> <p>- Points d'inflexion : <u>Définition</u> : On dit que la courbe de f admet un point d'inflexion d'abscisse x_0 si la courbe y traverse sa tangente . <u>Théorème</u> : Si f est deux fois dérivable sur un intervalle ouvert I contenant x_0 et si f' s'annule en changeant de signe en x_0 alors le point de la courbe d'abscisse x_0 est un point d'inflexion. <u>Théorème admis</u> :</p> <p>Si $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = l$ (l réel fini ou pas) alors $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$</p> <p>- Primitives d'une fonction continue sur un intervalle : - Définition, existence (admise), ensemble des primitives d'une fonction continue, propriété des primitives, primitives de fonctions usuelles, primitives des fonctions du type $(g \circ f).f'$. - Inégalité des accroissements finis</p>	<ul style="list-style-type: none"> • On utilisera les notations f', f'', \dots et, en liaison avec la physique, on introduira les notations $\frac{df}{dx}$ et $\frac{d^2f}{dx^2}$. • On se limitera à des calculs simples, on donnera les indications nécessaires pour les transformations éventuelles. 	<ul style="list-style-type: none"> • admet une limite b en a et lorsque g est continue en b. • Justifier la continuité de la composée de deux fonctions continues. • Justifier la dérivabilité et calculer la dérivée d'une fonction composée • Connaître les notations $f', f'', \dots, f^{(n)}$. • Calculer les dérivées successives. • Connaître les primitives des fonctions usuelles. • Déterminer les primitives des fonctions usuelles et du type $(g \circ f).f', f^n.f', n \in \mathbb{Q} - \{-1\}$ • Savoir utiliser l'inégalité des accroissements finis

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p>3) Fonctions usuelles</p> <ul style="list-style-type: none"> Exemples d'étude de fonctions polynômes, rationnelles et trigonométriques. Fonctions puissances : $x \mapsto x^a$, avec a entier ou rationnel. Fonction logarithme népérien : ensemble de définition, propriétés algébriques, continuité, limites, dérivée, représentation graphique. Fonction exponentielle : ensemble de définition, propriétés algébriques, continuité, limites, dérivée, primitive, représentation graphique. 	<ul style="list-style-type: none"> La fonction logarithme népérien, noté \ln, est la primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction $[x \mapsto \frac{1}{x}]$ qui s'annule en 1. En liaison avec la physique, on introduira le logarithme décimal, noté \log. La fonction exponentielle est définie comme fonction réciproque de la fonction logarithme népérien, et sera notée $[x \mapsto \exp(x)]$. On démontrera aussi que $\exp(x) = e^x$. On s'intéressera aux limites usuelles ci-dessous : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^a}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^a}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad a \text{ étant un}$ <p>rationnel strictement positif</p>	<ul style="list-style-type: none"> Connaître et utiliser les limites (a est un rationnel strictement positif) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^a};$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^a}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x$ <p>n est un entier naturel non nul.</p> <ul style="list-style-type: none"> Déterminer les primitives des fonctions du type $(\exp \circ f).f'$, $\frac{f'}{f}$

II) SUITES NUMERIQUES		
Les suites numériques seront étudiées sur des exemples et leur introduction sera faite sans théorie. On pourra y consolider le raisonnement par récurrence.		
Contenus	Commentaires	Compétences
- Compléments sur les suites arithmétiques, sur les suites géométriques et sur les suites récurrentes. - Théorèmes sur la convergence des suites monotones bornées (admis). - Limite d'une suite du type $U_{n+1} = f(U_n)$	<ul style="list-style-type: none"> Des rappels sur les suites seront faits sur des exemples. Suites récurrentes: $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est continue. On représentera ces suites pour faire apparaître la convergence ou la divergence. On admettra les théorèmes suivants : <ul style="list-style-type: none"> - Si (U_n) converge vers L et si f est une fonction continue en L alors $(f(U_n))$ converge vers $f(L)$. - Soit (U_n) une suite définie par la relation $U_{n+1} = f(U_n)$. Si U_n converge vers L et si f est continue en L alors L est solution de l'équation $x = f(x)$. 	<ul style="list-style-type: none"> Connaître et utiliser les théorèmes sur la convergence des suites monotones bornées. Déterminer le sens de variation, la convergence, et la limite d'une suite de type $U_{n+1} = f(U_n)$, avec f continue. Représenter graphiquement une suite de type $U_{n+1} = f(U_n)$, avec f continue.
III) CALCUL INTÉGRAL		
Le calcul intégral sera l'occasion d'effectuer des recherches de primitives, en particulier dans le but de déterminer des aires de surfaces ou de volumes de solides. L'aspect pratique sera toujours présent.		
Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
- Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$: <ul style="list-style-type: none"> définition, notation. Linéarité. Relation de Chasles. - Intégrale et inégalités : <ul style="list-style-type: none"> si f est positive sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx$ est positive. si $f \leq g$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$ si pour tout x de $[a, b]$, $m \leq f(x) \leq M$, alors 	<ul style="list-style-type: none"> Si F est une primitive de f sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ Interprétation graphique. <ul style="list-style-type: none"> On pourra traiter des exemples de calcul d'une valeur approchée d'une intégrale, mais aucune connaissance sur les méthodes usuelles de calcul de valeur approchée d'une intégrale n'est exigible. On fera calculer des volumes du type 	<ul style="list-style-type: none"> Connaître et utiliser les propriétés de l'intégrale. Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive ou d'une intégration par parties. Calculer des aires planes et des volumes du type $V = \int_a^b S(z)dz$

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a).$ $\left \int_a^b f(x) dx \right \leq \int_a^b f(x) dx$ - Intégration par parties. - Calcul d'aires et de volumes.	$V = \int_a^b S(z) dz$ où $S(z)$ est l'aire de la section plane du solide considéré. <ul style="list-style-type: none"> On fera des calculs de moment d'inertie et de centre d'inertie. On donnera à l'élève la formule : $V = \int_a^b \pi r^2(x) dx$ pour les cas où on fait tourner une portion de la courbe de f autour de l'axe des abscisses. 	

IV) ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES.

Aucune théorie générale ne sera faite, l'objectif de cette partie est de savoir résoudre les équations différentielles.

L'utilisation des équations différentielles en Sciences Physiques est un champ intéressant pour la recherche d'activités préparatoires ou d'exercices.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> Équation différentielle linéaire homogène du premier ordre à coefficients constants: existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée. Équation différentielle linéaire homogène du second ordre à coefficients constants : existence et unicité (admissibles) de la solution vérifiant des conditions initiales données. -Equation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants avec second membre	On donnera toujours une indication pour la détermination d'une solution particulière. En liaison avec l'enseignement des sciences physiques (mécanique, électricité...), on étudiera sur des exemples simples des phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale, afin de mettre en évidence certains phénomènes (amortissement, oscillation...); aucune connaissance des lois physiques sur ces questions n'est exigible des élèves en mathématique.	<ul style="list-style-type: none"> Résoudre les équations différentielles linéaires homogènes du premier et du second ordre à coefficients constants. Résoudre les équations différentielles linéaires du premier et du second ordre à coefficients constants avec second membre.

ORGANISATION DE DONNEES

D) STATISTIQUES.		
<p>Les statistiques ont une place de plus en plus grande dans les sciences expérimentales, l'économie et la vie courante. Ceci explique leur importance en série S2. Leur introduction sera faite à partir d'exemples concrets. On pourra organiser une enquête qui sera exploitée en cours.</p>		
Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> • Séries à deux variables. • Méthode des moindres carrés. • Coefficient de corrélation linéaire 	<ul style="list-style-type: none"> • La détermination des équations des droites de régression pourra être traitée en exercice. • On utilisera des exemples empruntés aux autres disciplines et on évitera les exemples n'ayant aucun support réel. 	<ul style="list-style-type: none"> • Connaître et utiliser les formules de la corrélation et de la régression linéaire. • Déterminer le coefficient de corrélation linéaire et les équations des droites de régression. • Interpréter le coefficient de corrélation linéaire. • Utiliser les droites de régression pour faire des prévisions.
II) PROBABILITÉS.		
<p>Les acquis de Première sur le dénombrement seront consolidés sous forme d'exercices variés tirés de situations réelles.</p> <p>Les probabilités constituent un chapitre important dont les applications pratiques sont nombreuses (en médecine, économie, pharmacie). En conséquence, on veillera à rendre ce cours attrayant par le choix judicieux d'activités préparatoires et d'exercices. On veillera à faire ressortir le lien naturel entre les statistiques et les probabilités. Seul figure au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.</p>		
Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> • Notion de probabilité. • Probabilité d'un événement. • Probabilité de l'événement contraire. • Probabilité de la réunion de deux événements incompatibles ou non. • Cas de l'équiprobabilité. • Probabilité conditionnelle : - Définition, 	<ul style="list-style-type: none"> • Le vocabulaire probabiliste (univers, événement, événement élémentaire,...) sera introduit à partir d'épreuves aléatoires simples. • On pourra traiter des problèmes tirés de la médecine (tests médicaux). 	<ul style="list-style-type: none"> • Connaître le vocabulaire probabiliste. • Calculer la probabilité d'un événement. • Connaître et utiliser les formules des probabilités au programme. • Calculer la probabilité conditionnelle d'un événement. • Montrer que deux événements sont indépendants. • Utiliser la formule des

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> - Événements indépendants. - Formule des probabilités totales. • Notion de variable aléatoire : Définition, Vocabulaire, Notation $P(X=x)$ • Fonction de répartition $F(x) = P(X \leq x)$. • Espérance, variance, écart type d'une variable aléatoire. • Loi binomiale. 	<ul style="list-style-type: none"> • Les variables aléatoires seront introduites à partir d'exemples. • Exemple de schéma de Bernouilli. • On introduira la loi binomiale sur un exemple d'épreuves répétées indépendantes. 	probabilités totales pour résoudre des problèmes. <ul style="list-style-type: none"> • Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire. • Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire. • Déterminer et représenter la fonction de répartition d'une variable aléatoire. • Connaître la formule de la loi binomiale et l'utiliser pour résoudre des problèmes.

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE.

Les résultats d'algèbre et de géométrie vus dans les classes précédentes ne feront pas l'objet de rappels. Cependant, ils seront utilisés dès que l'occasion se présentera en particulier sur les nombres complexes qui constituent la seule nouveauté de cette partie. Il est conseillé de faire un rappel historique sur l'évolution des nombres, des entiers naturels aux complexes.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
Une construction de C est pas recommandée. L'introduction des nombres complexes fournit des outils pour la trigonométrie et pour l'étude de configurations géométriques planes.		
<ul style="list-style-type: none"> • Définition ; forme algébrique. • Somme, produit, quotient de deux nombres complexes. • Conjugué d'un nombre complexe : définition, propriétés. • Forme trigonométrique : - module et argument ; - définition et propriétés. 	<ul style="list-style-type: none"> • Un nombre complexe z est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $z = a + i b$ où a et b sont des réels et i un nombre tel que $i^2 = -1$ • Notation $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$ • Les élèves doivent savoir interpréter le module et l'argument de $z_A - z_B$. 	<ul style="list-style-type: none"> • Connaître les différentes formes d'un nombre complexe et leurs notations. • Connaître et utiliser les propriétés du conjugué. • Connaître et utiliser les propriétés du module et d'un argument d'un

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> • Interprétation géométrique : affixe d'un point, d'un vecteur. • Applications à l'étude des similitudes planes directes ; éléments caractéristiques. • Formule de Moivre, racines n^{ièmes} d'un réel positif, d'un complexe. • Résolution d'équations du second degré à coefficients complexes, exemples de factorisation de polynômes. • Compléments de trigonométrie : exemples d'utilisation des nombres complexes pour établir des formules et pour linéariser des expressions trigonométriques. • Utilisation des nombres complexes pour : <ul style="list-style-type: none"> - démontrer l'alignement de 3 points. - comparer des longueurs. - déterminer la nature d'une configuration géométrique ou d'une transformation géométrique. 	<ul style="list-style-type: none"> • Il s'agit d'étudier des applications du type : $M(z) \mapsto M'(a z + b)$ avec $a \neq 0$ • On pourra donner des exemples de résolution d'équation du 2nd degré à coefficients complexes. • Les formules ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées. • L'élève doit savoir interpréter le module et l'argument d'un quotient. 	<p>nombre complexe.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliser les nombres complexes pour résoudre des problèmes de géométrie. • Déterminer les éléments caractéristiques d'une similitude plane directe. • Connaître et utiliser les formules d'Euler et la formule de Moivre. • Linéariser des expressions trigonométriques. • Déterminer les racines n^{ièmes} de l'unité. • Résoudre dans \mathbb{C} les équations du 2nd degré à coefficients complexes.