PREMIERES S1 et S3

Programmes de mathématiques du second cycle - Premières S1 et S3 - Année 2006

INTRODUCTION GENERALE

1) Ce programme est destiné aux classes de Premières des séries S_1 et S_3. L'horaire de la classe est de 7 heures. Le professeur suivra la progression de son choix et trouvera la meilleure répartition horaire pour mener à bien les différentes parties du programme.

Après la consolidation des acquis, le professeur encouragera l'autonomie des élèves dans la résolution des problèmes qui reste comme en seconde l'objectif essentiel de ce programme. Le décloisonnement des activités numériques et géométriques initié en seconde sera poursuivi, de même que le travail interdisciplinaire.

Les nouveaux concepts tels que les limites et le raisonnement par récurrence à propos desquels les acquis des élèves sont insuffisants pour leur introduction rigoureuse, seront approchés de manière intuitive. Cependant une fois les concepts et les propriétés de base établis, la rigueur et la précision seront exigées dans leur utilisation.

2) En géométrie les objectifs de seconde seront poursuivis:

- développer le sens de l'observation et du raisonnement
- donner une bonne vision des objets du plan et de l'espace.

On insistera particulièrement dans le plan comme dans l'espace, sur l'utilisation des outils vectoriel, analytique et métrique dans des exercices variés de calculs, de démonstrations, de recherches d'ensembles de points. La pratique des configurations planes et spatiales sera poursuivie.

3) L'analyse occupe une place importante de ce programme. Les études locales de fonctions portant sur les notions de limites et de dérivées devront être bien comprises sur leur aspect graphique. La connaissance de leur aspect topologique n'est pas exigible en Première S_1-S_3. L'introduction des primitives en première permet d'aborder le calcul intégral très tôt en terminale et répond à une demande des autres disciplines.

4) Le dénombrement doit être abordé très tôt dans l'année pour donner aux élèves un temps d'assimilation suffisant. On amènera l'élève à en maîtriser les méthodes et à les réinvestir dans des situations variées.

5) Les symboles de logique (quantificateurs, connecteurs) seront introduits progressivement.

GÉOMÉTRIE PLANE.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
I) COMPLÉMENTS SUR LE CALCUL VECTORIEL. **1. Barycentre de plus de trois points.** Propriétés (homogénéité, barycentres partiels). Coordonnées. Équation paramétriques de droites. **2. Application du Produit scalaire.** a) Distance d'un point A(α.β) à une droite (D) : ax +by +c = 0 b) Lignes de niveau : (a, b, k sont des réels) $\vec{U}.\overrightarrow{OM} = k$; $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$ $a.MA^2 + b.MB^2 = k$. $\frac{MA}{MB} = k$ **II) TRANSFORMATIONS PONCTUELLES ET ISOMÉTRIES.** **1. Rappels et compléments.** Homothétie - Translation. Propriété caractéristique d'une homothétie-translation. Expression analytique d'une transformation. **2. Isométrie.** • définition. propriétés. • ensemble de points invariants. • composition de deux isométries. • triangles isométriques.	• On rattachera l'aspect géométrique du barycentre à la notion de moyenne en statistique et de point d'équilibre en physique. • On traitera en particulier des exercices sur les problèmes d'alignement de points et de points de concours de droites. La distance d'un point A à 1 droite D est donnée par la formule d{A,(D)} = $\frac{\lvert a\alpha+b\beta+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$, A (α ,β) ; (D) : ax + by + c = 0 • On utilisera la notion de barycentre pour la réduction de certaines expressions. On étudiera sur des activités de consolidation les transformations usuelles déjà rencontrées : translations, symétries centrales, symétries orthogonales, rotations. • Ce sera l'occasion de travailler sur les propriétés et les expressions analytiques d'une translation, d'une homothétie ou d'une symétrie centrale, symétrie orthogonale.	• Réduire un vecteur du type $a\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB} + \gamma\,\overrightarrow{MC} + \delta\,\overrightarrow{MD}$, α, β, γ, δ étant des réels. • Connaître les relations vectorielles caractérisant le barycentre de quatre points pondérés. • Construire le barycentre de quatre points pondérés. • Calculer les coordonnées d'un barycentre de quatre points pondérés. Déterminer les lignes de niveau étudiées • Reconnaître une homothétie, une translation, une symétrie centrale, symétrie orthogonale. • Utiliser la propriété caractéristique d'une homothétie - translation. • Déterminer une expression analytique d'une translation d'une homothétie, d'une symétrie centrale, d'une symétrie orthogonale. • Utiliser ces transformations dans : - des démonstrations. - des problèmes de constructions. - la détermination de lieux géométriques. • Décomposer une translation et une rotation en produit de symétries orthogonales. • Reconnaître un antidéplacement, un déplacement. • Utiliser les critères d'isométrie des triangles dans des résolutions de problèmes.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
• Décomposition d'une translation et d'une rotation en produit de symétries orthogonales. • Composition de transformations. • Transformations réciproques.	Les isométries pourront être caractérisées entre autre par le nombre de leurs points invariants. • Le professeur guidera les élèves pour les compositions conduisant à des transformations non usuelles. • Pour les réciproques, on se limitera aux transformations usuelles. On étudiera la partition en classes : déplacements antidéplacements .	

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
I) Vecteurs dans l'Espace. Définition d'un vecteur. Égalité de deux vecteurs. Somme vectorielle. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Vecteurs colinéaires. Combinaisons linéaires de vecteurs. Base et repère dans l'espace. Coordonnées d'un vecteur. Barycentre. • Définition. • Propriétés.	• Généralisation de la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ avec A, B, C et D non coplanaires. • Généralisation à l'espace des méthodes pour montrer que deux vecteurs sont colinéaires. • Le déterminant d'ordre 3 n'est pas au programme. • Coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$, de a $\vec{u}$ et de a $\vec{u}$ +b $\vec{v}$. • On mettra en évidence que le barycentre de trois points non alignés appartient au plan défini par ces trois points	• Démontrer l'égalité de deux vecteurs • Utiliser la relation de Chasles dans le cas de points A,B, C et D non coplanaires : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ • Démontrer que deux vecteurs sont colinéaires (sans les déterminants). • Généraliser le calcul analytique sur les combinaisons linéaires de vecteurs dans l'espace. • En particulier déterminer analytiquement le barycentre de n points pondérés, n $\leq$ 4.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
II) PRODUIT SCALAIRE. Définition. Propriétés. Produit scalaire et orthogonalité. Base et repère orthogonaux. Base et repère orthonormaux. Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormale.	• Toutes les propriétés ne faisant intervenir que deux vecteurs sont celles de la géométrie plane (y compris les propriétés de la norme). • L'expression analytique dans un repère quelconque n'est pas une compétence exigible mais peut être vue en exercice.	• Calculer un produit scalaire, une norme • Démontrer l'orthogonalité de deux vecteurs. • Déterminer les coordonnées d'un vecteur non nul .orthogonal à deux vecteurs non colinéaires.
III) DROITES, PLANS, SPHERE. **1) Droites.** Caractérisation vectorielle, vecteur directeur. Détermination paramétrique. Condition de parallélisme de deux droites. Condition d'orthogonalité de deux droites.	• On donnera les conditions analytiques de parallèlisme et d'orthogonalité de deux droites.	• Déterminer une représentation paramétrique d'une droite. • Déterminer les positions relatives de deux droites grâce à leurs déterminations paramétriques et éventuellement leur point d'intersection. • Démontrer que deux droites sont parallèles, orthogonales en utilisant : - les théorèmes de 2^{nde}. - les déterminations paramétriques. - le calcul analytique.
2) Plan. Caractérisation vectorielle. Vecteur normal à un plan. Condition pour que deux plans soient : • parallèles. • orthogonaux. Conditions pour qu'une droite et un plan soient : • parallèles. • orthogonaux. Équation cartésienne d'un plan dans un repère orthonormal.	• La détermination paramétrique d'un plan n'est pas une compétence exigible. • Étant donné deux vecteurs non colinéaires , on déterminera un vecteur qui leur est normal en utilisant le produit scalaire. • On utilise les vecteurs directeurs de droites et les vecteurs	• Démontrer vectoriellement qu'un point M donné appartient à un plan (ABC). • Trouver un vecteur normal à un plan. • Trouver une équation cartésienne d'un plan. • Déterminer analytiquement l'intersection de deux plans. • Démontrer que deux plans sont parallèles, perpendiculaires en utilisant : - les théorèmes de 2^{nde}.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
Condition analytique pour que deux plans soient orthogonaux. Détermination de l'intersection : • de deux plans. • d'une droite et d'un plan. Projeté orthogonal d'un point sur un plan. Distance d'un point A (α ,β, γ) à un plan (P) d'équation : ax + by + cz + d = 0.	normaux des plans • La distance d'un point à un plan est donnée par la formule d(A,(P)) = $\frac{\lvert a\alpha+b\beta+c\gamma+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$. A(α, β,γ) ; (P) : ax + by + cz + d = 0	- Les vecteurs normaux à ces plans • Démontrer qu'une droite et un plan sont parallèles ou perpendiculaires en utilisant : - Les théorèmes de 2^{nde} - Un vecteur normal du plan et un vecteur directeur de la droite. • Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan. • Calculer la distance d'un point à un plan dont on connaît une équation.
3) Sphère. Définition analytique dans un repère orthonormé. Positions relatives d'une sphère et d'un plan.	On pourra, en exercice, déterminer les positions relatives d'une sphère et d'une droite ; de deux sphères.	• Déterminer l'équation cartésienne d'une sphère. • Déterminer les positions relatives d'un plan et d'une sphère
4) Lieux géométriques. Plan médiateur d'un segment : définition. Ensemble de points équidistants de trois points non alignés. Ensemble de points M tels que : $\vec{U}$ et O donnés : $\vec{U}.\overrightarrow{OM} = k$; $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$; $\frac{MA}{MB} = k$ A et B donnés : $\alpha\, MA^2 + \beta\, MB^2 = k$, α β, k des réels donnés.	Généralisation des lignes de niveau vues dans le plan.	• Déterminer l'équation cartésienne du plan médiateur d'un segment d'extrémités données. • Utiliser les propriétés caractéristiques du plan médiateur. • Déterminer les surfaces de niveau au programme.

DÉNOMBREMENT

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
1. Notions élémentaires de la théorie des ensembles. 2. Premiers outils de dénombrement : Arbre de choix, tableau à double entrée, partition, comptage. 3. Outils de modélisations. ➢ P- liste : • Définition • Dénombrement • Nombre d'applications… ➢ Arrangement : • Définition • Dénombrement • Nombre d'injections • Permutation • Nombre de bijections ➢ Combinaison : • Définition • Dénombremen 4. Formule du binôme de Newton ; Triangle de Pascal	• On traitera ici des notions de : Appartenance, inclusion, ensemble fini, cardinal d'un ensemble fini, réunion, intersection, complémentaire, produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles. • Les élèves doivent savoir utiliser les propriétés élémentaires des opérations sur les parties d'un ensemble fini mais aucune théorie ne sera développée. • Notations : C_n^p ,lire C,n,p ; n ! lire factorielle n. On peut aussi rencontrer la notation $\binom{p}{n}$ pour C_n^p , Relation $A_n^p = p!C_n^p$ $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ on fera l'interprétation ensembliste de ces résultats.	• Établir un arbre de choix pour dénombrer. • Établir un tableau à double entrée pour dénombrer. • Déterminer le cardinal : - de la réunion , de l'intersection de deux ensembles. - du complémentaire d'un ensemble. • Déterminer le nombre de parties d'un ensemble. • Reconnaître dans une situation concrète si la modélisation fait appel à : - un des types de dénombrement ci-dessus. - une application d'un ensemble fini dans un ensemble fini. - un sous ensemble à p éléments d'un ensemble fini. • Reconnaître le cas où une situation est modélisée par une application injective ou bijective. • Calculer le nombre d'applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini

STATISTIQUE : SÉRIE À DEUX VARIABLES.

Le rôle actuel des statistiques montre qu'il faut leur accorder une place importante dans l'enseignement des mathématiques. Pour mettre en pratique les différentes notions du cours, on pourra organiser des enquêtes qui seraient effectuées et exploitées le long de l'année.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
1) Étude d'un exemple. Nuage de points. Points moyens. Covariance. 2) Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés : Droite de régression de y en x. Droite de régression de x en y. Coefficient de corrélation.	• Ces notions introduites à partir d'exemples simples donneront l'occasion de revoir celles étudiées en seconde. • On introduira l'ajustement linéaire par la méthode de la main levée puis par la méthode de Mayer. • On se limitera à l'étude des séries injectives.	• Représenter pour une série à deux variables : le nuage de points. • Calculer les coordonnées du point moyen. • Déterminer une droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés. • Calculer et interpréter le coefficient de corrélation. • Utiliser la droite de régression pour faire des extrapolations ou des interpolations linéaires.

TRIGONOMÉTRIE

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
I) ANGLES ORIENTES 1) Angles orientés d'un couple de demi droites, de vecteurs. 2) Mesures d'un angle orienté, d'un arc orienté. 3) Addition d'angles orientés 4) Angles inscrits, angles au centre. Arc capable. **II) FORMULES TRIGONOME-TRIQUES** 1) Cosinus, sinus, tangente d'un réel. 2) formule d'addition et de duplication 3) Inéquations trigonométriques. **III) EQUATIONS ET INEQUATIONS TRIGONOMETRI QUES**	• Définir les égalités modulo a quelconque et adopter la notation [x≡y (a)] • Les formules de transformation des sommes en produit ou des produits en somme seront traitées en exercice. On commencera par l'étude des cas particuliers pour lesquels il y a une seule solution sur le cercle trigonométrique. Ainsi des équations simples comme sin 3x = 1, $\lvert\cos 2x\rvert = \frac{1}{2}$, $\tan(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$ seront traitées. • Les résolutions se feront sur des exemples et l'on entraînera les élèves à noter correctement les ensembles de solutions • On admettra que, si x est exprimé en radians, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$. Ce résultat pourra être illustré géométriquement en étude de fonction. •On pourra traiter les équations a cos x + b sin x = c	• Connaître les notations $(\vec{u},\vec{v}) = \hat{\alpha}$ pour les angles ; $(\vec{u},\vec{v})$, $\overline{(\vec{u},\vec{v})}$, α pour les mesures, x ≡ y (a). • Déterminer la mesure principale d'un angle orienté . • Utiliser les angles orientés pour : - calculer des mesures d' angles. - démontrer des propriétés. - déterminer des lignes de niveau de la forme $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}) = \alpha\ (2\pi)$. • Connaître la construction d'un arc capable. Connaître et utiliser les formules d'addition et de duplication cos (a+b) = cos a cos b - sin a sin b. sin (a+b) = sin a cos b + sin b cos a. $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$. les formules correspondantes avec (a-b). les formules de duplication. • résoudre les équations et inéquations : cos ax = b, sin ax = b, tan ax = b cos ax ≤ b, sin a x ≤ b, tan ax ≤ b • Déterminer les solutions appartenant à un intervalle donné.

ALGEBRE

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
I) Applications. Généralités. Applications injectives, surjectives, bijectives. Applications réciproques. Restriction - prolongement. **II) Polynômes.** Méthode de Hörner. Racine d'un polynôme. Factorisation d'un polynôme. **III) Équations, Inéquations, Systèmes** Somme et produit des solutions d'une équation du second degré. 1) Équations et systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$ 2)Équations irrationnelles.. $\sqrt{f(x)} = g(x)$ $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = k$ (k étant un réel), f et g des polynômes. 3) Inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$. 4) Problèmes se ramenant à la résolution de systèmes d'inéquations linéaires dan $\mathbb{R}^2$. Exemples de programmation linéaire. 5) Inéquations irrationnelles.	• On se limitera aux définitions et à quelques exemples simples de ces notions qui seront renforcées le long de l'année. Des exemples intéressants peuvent être tirés de la géométrie • On fera fonctionner par des activités les acquis de 2nde S sur les polynômes. • On admettra que pour deux polynômes donnés f et g avec g différent du polynôme nul, il existe un couple unique de deux polynômes p et q tel que pour tout réel x : $f(x) = g(x)\ q(x) + r(x)$ avec $\deg(r) < \deg(g)$,q est le quotient, r le reste de la division de f par g. • La méthode de Hörner sera introduite. • Cette partie donnera l'occasion de consolider les acquis de seconde sur les équations du second degré. • L'étude systématique des équations avec paramètres est hors programme. Cependant quelques exemples simples d'équations avec paramètres où le degré du discriminant qui s'exprime en fonction du paramètre n'excède pas 2 pourront être donnés.	• Justifier qu'une application est injective, surjective, bijective. • Déterminer la restriction, ou un prolongement d'une fonction dans un intervalle donné. • Déterminer l'expression d'un polynôme en utilisant la méthode d'identification. • Déterminer les autres racines d'un polynôme connaissant une (ou des) racine. • Factoriser un polynôme par : - la méthode d'identification. - la division euclidienne. - la méthode de Hörner. Utiliser la somme et/ou le produit des racines d'une équation du second degré pour résoudre des problèmes. • Résoudre des systèmes de deux , trois équations dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode des combinaison et celle du pivot de Gauss. • Résoudre une équation irrationnelle de la forme $\sqrt{f(x)} = g(x)$, $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = k$ (k étant un réel), f et g des polynômes de degré inférieur ou égal à 2. • Résoudre une inéquation irrationnelle de la forme $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$; $\sqrt{f(x)} \leq \mathbf{g(x)}$ $\mid f(x)\mid \geq a$, $a \in \mathbb{R}$. $\mid f(x)\mid \geq g(x)$, f et g étant deux polynômes de degré inférieur ou égal à 2.

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
$\sqrt{f(x)} \geq g(x)$; $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$; $\lvert f(x)\rvert \geq a$, $a \in \mathbb{R}$;$\lvert f(x)\rvert \geq g(x)$, f et g étant deux polynômes de degré inférieur ou égal à 2.	• Dans $\mathbb{R}^3$, on utilisera la méthode des combinaisons et celle du pivot de Gauss.	

ANALYSE

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
I) SUITES NUMERIQUES. **1) Généralités sur les suites.** a. Définitions. • Somme et produit de deux suites. • Comparaison. • Suites minorées, majorées, bornées • Sens de variation d'une suite • Suites monotones. • Suites récurrentes. • Suites périodiques. b. Propriété de récurrence. Raisonnement par récurrence. **2) Convergence d'une suite**. Définition. Théorèmes admis sur les limites.	• On donnera les divers procédés définissant une suite numérique • On fera représenter les termes d'une suite sur l'un des axes de coordonnées. Une suite non convergente est divergente. • La limite d'une suite convergeant vers zéro sera approchée de manière intuitive. • On admettra : les limites des suites de référence $n \mapsto \frac{1}{n}$; $n \mapsto \frac{1}{\sqrt{n}}$; $n \mapsto \frac{1}{10^n}$; $n \mapsto \frac{1}{n^\alpha}$, α étant un réel positif. les limites de la somme, du produit, du quotient de deux suites. On admettra que : si une suite admet une limite alors cette limite est unique. si $U_n \leq V_n$ à partir d'un certain rang et si (U_n) et (V_n) admettent respectivement pour limites l et l' alors $l \leq l'$.	• Représenter graphiquement une suite. Conjecturer à partir de graphiques, du calcul de quelques termes ou de la calculatrice, le comportement d'une suite. • Connaissant la formule de récurrence d'une suite (U_n), trouver la fonction f telle que $U_{n+1}= f(U_n)$. • Connaissant la représentation graphique de f et un terme de la suite trouver les termes suivants. • Étudier la monotonie d'une suite. • Démontrer par récurrence dans des cas simples qu'une proposition est vraie. • Connaître et utiliser les théorèmes admis pour calculer la limite d'une suite. • Démontrer qu'une suite donnée est une suite arithmétique, géométrique.

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
3) Suites arithmétiques et suites géométriques. Formes générales. Expression du terme général en fonction de n. Convergence. Somme de termes consécutifs.		• Connaître et utiliser les formules $U_n = U_p + (n-p)r$; $U_n = U_p\, q^{(n-p)}$ pour calculer un terme ou la raison d'une suite arithmétique ou géométrique. • Donner le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique. • Calculer la somme de p termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique. • Utiliser la notation $\sum$ • Utiliser la formule $(1 + x + ... + x^n)(1 - x) = 1 - x^{n+1}$ pour déterminer la somme des n+1 termes d'une suite géométrique.
II) FONCTION NUMERIQUE D'UNE VARIABLE REELLE. **1) Généralités (Rappels et compléments).** Image directe, image réciproque d'un ensemble par une fonction. Fonction majorée, minorée, bornée sur un intervalle. Comparaison de deux fonctions numériques. Opérations sur les fonctions numériques :	Il est important d'accorder une place importante aux représentations graphiques et aux résolutions graphiques de problèmes On étudiera les différentes notions au cours d'exercices qui en justifient l'intérêt. On pourra mener cette étude conjointe des fonctions associées avec celle des transformations. La notion de limite sera approchée intuitivement : " la fonction f admet pour limite le nombre réel l au point a signifie que les valeurs de f(x) peuvent être aussi proches de l que l'on veut à condition que les valeurs de x soient suffisamment proches de a en	• Déterminer graphiquement : - l'image directe par f d'un ensemble I notée f(I). - l'image réciproque d'un ensemble I notée $f^{-1}(I)$. • Reconnaître et/ou déterminer un majorant, un minorant d'une fonction donnée. • Comparer deux fonctions numériques. • Justifier la parité et la périodicité d'une fonction. • Utiliser la parité et/ou la périodicité dans l'étude et la représentation d'une fonction. • Représenter les fonctions associées ci dessous à partir de la représentation graphique de f :

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
définition. Ensemble d'étude : fonctions paires, impaires et périodiques. Fonctions associées à la fonction f. $x \mapsto f(x - a)$; $x \mapsto f(x) + b$; $x \mapsto \mid f(x) \mid$; $x \mapsto f(\mid x \mid)$ Fonctions composées. **2) Limite et continuité.** a) Limite d'une fonction. Limite d'une fonction en x_0. Limite à gauche, limite à droite. Extension de la notion de limite. Opération sur les limites b) Continuité d'une fonction. Continuité d'une fonction en x_0. Continuité à droite - Continuité à gauche. Prolongement par continuité d'une fonction en x_0. Continuité sur un intervalle. Image d'un intervalle par une fonction continue Théorème des valeurs intermédiaires	restant différentes de a. On notera $\lim\limits_{X \to a} f(x)$ ou $\lim\limits_{a} f$ On admettra les théorèmes sur les limites Si f admet en x_0 une limite à gauche et une limite à droite égales à l alors f admet en x_0 une limite égale à l. On admettra les théorèmes généraux sur la continuité. Il s'agit surtout de traiter sur des exemples le prolongement par continuité et la continuité par intervalles. On admettra que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.	$x \mapsto f(x - a)$ $x \mapsto f(x) + b$ $x \mapsto \mid f(x) \mid$ $x \mapsto f(\mid x \mid)$ • Utiliser les fonctions associées dans l'étude et la représentation graphique d'une fonction donnée. • Déterminer la composée de deux fonctions. • Décomposer une fonction donnée en composée de deux fonctions. • Utiliser la composée pour étudier les variations d'une fonction. • Calculer en un point x_0 (pouvant être fini ou non) : la limite d'une fonction. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ • Etudier la continuité à droite, la continuité à gauche en x_0. • Déterminer le prolongement par continuité d'une fonction en un point x_0.

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
3) Dérivation. a) Fonction dérivable en x_0. Nombre dérivé, tangente à une courbe. Nombre dérivé à gauche, nombre dérivé à droite, demi-tangente à une courbe. b) Fonction dérivable sur un intervalle : Fonction dérivée Dérivées de fonctions usuelles Dérivabilité d'une fonction définie par $f(x) = \|g(x)\|$ Règles de dérivation du produit, de la somme, du quotient de deux fonctions dérivables Dérivée de $g: x \mapsto f(ax+b)$ où f est une fonction dérivable c) Dérivée et sens de variation d'une fonction.	• Une fonction f définie sur un intervalle ouvert contenant x_0 est dérivable en x_0 et admet pour nombre dérivé a(noté $f'(x_0)$) si et seulement si $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ existe et égal a $f'(x_0)$. • Toute fonction dérivable en x_0 est continue en x_0 . Fonctions usuelles:$x \mapsto a$; $x \mapsto kx$ $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^n$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \sin x$ • On admettra les théorèmes suivants : Si f est dérivable sur un intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I alors f est constante sur I. Si f est dérivable sur I et si f' est positive (respectivement négative) sur I, alors f est croissante (respectivement décroissante) sur I. Si f est dérivable sur [a, b]et si f' est strictement positive (resp. strictement négative) sur [a, b], alors f est une bijection strictement croissante (resp. strictement décroissante) de [a, b] sur [f(a), f(b)] (resp.[f(b), f(a)]).	• Justifier qu'une fonction est continue sur un intervalle • Justifier qu'un réel appartenant à un intervalle [m ; M] admet un antécédent par une fonction continue dans un intervalle [a,b] • Calculer, pour une fonction f en un point x_0 (fini) donné : - le nombre dérivé - le nombre dérivé à gauche, le nombre dérivé à droite • Déterminer une équation de la tangente ou de la demi-tangente au point $M_0(x_0,f(x_0))$ à la courbe représentative de f. • Déterminer la fonction dérivée : - d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions usuelles. - de la fonction g : $x \mapsto f(ax+b)$ où f est une fonction dérivable. • Étudier la dérivabilité de $g : x \mapsto \|f(x)\|$, f étant une fonction dérivable. • Utiliser la fonction dérivée pour : - étudier les variations d'une fonction. - déterminer des extremums.

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
d) Étude locale d'une fonction. **4) Étude de fonctions.** a) On utilisera les théorèmes précédents pour étudier le sens de variation d'une fonction et déterminer les extremums. b) Exemples. • fonctions polynômes de degré 2, 3. • fonctions homographiques. • fonctions rationnelles de la forme: $f : x \mapsto f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ p et q étant des fonctions polynômes de degrés inférieurs ou égaux à 2. droites asymptotes. • exemples simples de fonctions irrationnelles. centre de symétrie, axes de symétrie. • Fonctions trigonométriques usuelles c) Représentation graphique d'une fonction numérique. • Eléments de symétrie • Droites asymptôtes.	• On se bornera à l'approximation d'une fonction par une fonction affine dans l'étude locale de cette fonction. • On étudiera les sens de variation des fonctions $\|f(x)\|$, $f(\|x\|)$ à partir de la représentation graphique de f. • On recherchera les asymptotes parallèles aux axes de coordonnées et les asymptotes de direction quelconque dans l'étude des fonctions rationnelles. • Pour déterminer l'asymptote, on pourra effectuer la division de p(x) par q(x). • Une droite D d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f, si et seulement si f(x) peut se mettre sous la forme $f(x) = ax + b + r(x)$ avec $\lim\limits_{x \to \infty} r(x) = 0$ • On pourra montrer que : - le point I(a,b) est un centre de symétrie par un changement de repère ou par l'une des formules $f(a+x) + f(a-x) = 2b$; $f(2a-x) + f(x) = 2b$ - la droite d'équation $x = a$ est un axe de symétrie par un changement de repère ou par l'une des formules $f(a+x) = f(a-x)$; $f(2a-x) = f(x)$	• Déterminer pour la courbe représentative d'une fonction lorsqu'elles existent : - une asymptote parallèle aux axes de coordonnées. - une asymptote d'équation oblique. • Montrer qu'un point I est centre de symétrie. Montrer qu'une droite (D) est axe de symétrie. Représenter graphiquement une fonction numérique.

Contenu	Commentaires	Compétences exigibles
5) Primitives. a) Définition : Si F est dérivable sur un intervalle I et a pour dérivée F' = f alors F est une primitive de f sur l'intervalle I. b) Théorèmes : On admettra que toute fonction continue sur un intervalle, admet des primitives sur cet intervalle. On démontrera que chacune de ses primitives est déterminée par sa valeur en un point de l'intervalle I. c) Primitives des fonctions usuelles.	• Les notations $\int$ ne seront pas utilisées en première. • On fera remarquer que la différence de deux primitives quelconques d'une même fonction est une fonction constante. • En utilisant le tableau des dérivées des fonctions usuelles on pourra établir les primitives de certaines fonctions. • Les fonctions usuelles sont les fonctions monômes, sinus , cosinus, $x \mapsto \frac{1}{x^n}$ $(n \neq -1)$, $x \mapsto \cos(ax + b)$; $x \mapsto \sin(ax+b)$ et leurs combinaisons linéaires.	• Déterminer une primitive d'une fonction donnée dont le calcul utilise les primitives usuelles. • Déterminer la primitive d'une fonction s'annulant pour une valeur donnée.