REPUBLIQUE DU SENEGAL

Un Peuple – Un But – Une Foi

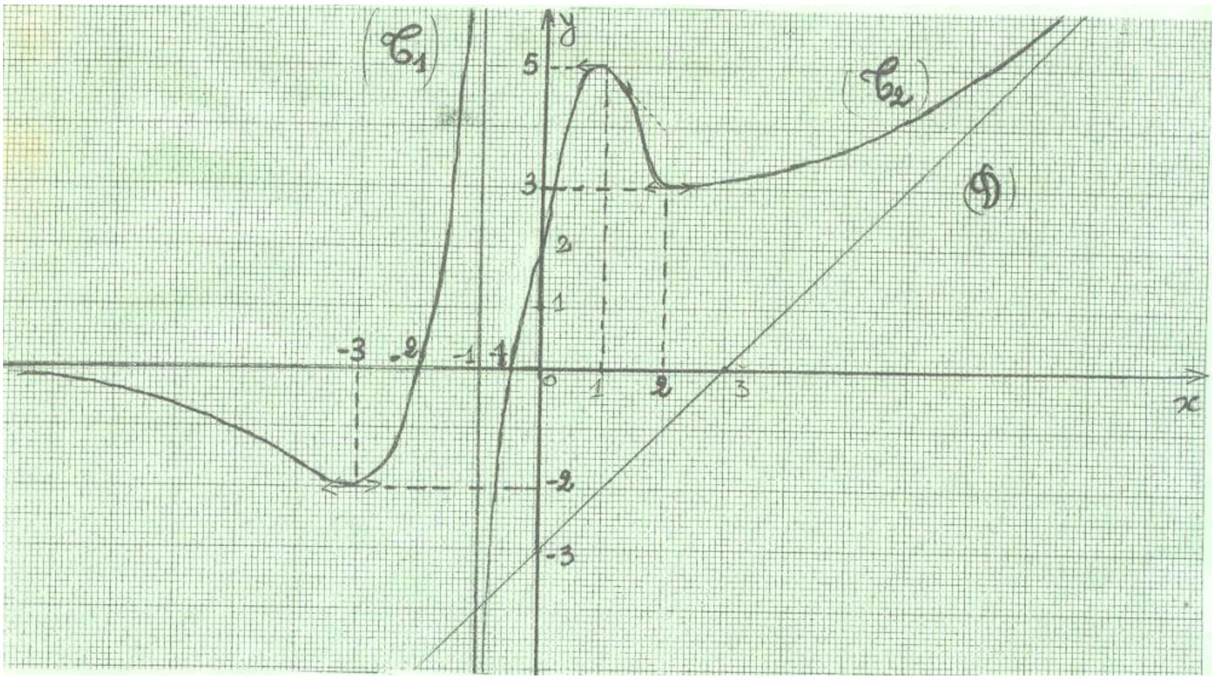
Ministère De l'Education Nationale

INSPECTION D'ACADEMIE DE DIOURBEL

Centre Régional de Formation des Personnels de l'Education

Composition de mathématiques du premier semestre TS2 DUREE : 4H

EXERCICE 1(4 points)



Dans la figure ci-dessus, $C_1 \cup C_2$ est la représentation graphique **C**$_f$ d'une fonction numérique f définie et continue sur son ensemble de définition.

1°) a) Donner l'ensemble de définition de la fonction f. **(0,25pt)**

b) f est-elle dérivable en 1? (Justifier la réponse). **(0,25pt)**

2°) Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **(0,5pt)**

3°) Donner une équation de la droite (D). **(0,25pt)**

4°) Préciser toutes les droites asymptotes à la courbe **C**$_f$**. (0,5pt)**

5°) Dresser le tableau de variations de la fonction f. **(0,5pt)**

6°) Donner une équation de chacune des demi-tangentes au point d'abscisse 1. **(0,25pt)**

7°) Préciser les maximas et minima de la fonction f**. (0,5pt)**

8°) Donner les solutions dans IR des équations:**a)**f(x) =0 **b)** f '(x) = 0. **(0,5pt)**

9°) Pour quelles valeurs de m∊IR l'équation f(x) = m admet 4 solutions réelles distinctes. **(0,5pt)**

<u>EXERCICE 2 :</u> (05 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1/ a/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure : $z^3 - 2(1+i)z^2 + 2(1+2i)z - 4i = 0\ (E)$ **(1 pt)**

b/ On considère les points A, B et C d'affixes respectives $1+i$; $2i$ et i. **(0,5 pt)**

Placer les points A, B et C dans le repère (Unité graphique 2cm).

2/ Pour tout nombre complexe z différent de $1+i$, on associe le nombre complexe z' défini par : $z' = \frac{z-2i}{z-1-i}$

a/ Interpréter géométriquement $|z'|$ et arg(z'). **(1 pt)**

b/ Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur. **(1 pt)**

c/ Déterminer puis construire l'ensemble (E_2) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 2$ **(1 pt)**

d/ Déterminer la nature du triangle ABC **(0,5 pt)**

<u>PROBLEME</u> (11points)

Soit la fonction h définie par : $h(x) = x^3 + 3x - 2$.

1/ Etudier les variations de h. (établir le tableau de variations). **(1 pt)**

2/ Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution réelle α et que $\alpha \in [0,1]$. En déduire le signe de $h(x)$ sur $[0,+\infty[$. **(0,75 pt)**

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x^2+1}, & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = -x + \sqrt{x^2 - 2x}, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

3/ a/ Etudier la continuité de f en 0. **(0,25pt)**

b/ Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus. **(0,5pt)**

4/ a/ Démontrer que l'ensemble de définition D_f de f est IR puis calculer les limites de f aux bornes de D_f. **(0,75 pt)**

b/ Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. **(0,25 pt)**

c/ Etudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (Δ) sur l'intervalle $[0,+\infty[$. **(0,5 pt)**

d/ Démontrer que la droite (Δ') d'équation $y = -2x+1$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$. **(0,25 p)**

e/ Etudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (Δ') sur l'intervalle $]-\infty,0[$. **(0,5 pt)**

5/ a/ Montrer que f est dérivable sur $]-\infty,0[$ et sur $]0,+\infty[$ et que

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{xh(x)}{(x^2+1)^2}, & \text{si } x > 0 \\ \dfrac{x-1-\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x^2-2x}}, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

(0,5 pt) **(1 pt)**

b/ Donner les sens de variations de f puis dresser le tableau de variations de f. **(1 pt)**

c/ Construire dans un repère orthonormal, d'unité graphique 1cm, la courbe (C_f). **(1,5 pts)**

6/ Soit g la restriction de f à $I =]-\infty,0[$.

a/ Montrer que g réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser. **(0,5 pt)**

b/ On note g^{-1} la bijection réciproque de g.

Montrer que g^{-1} est dérivable en 2, puis calculer $(g^{-1})'(2)$. **(0,75 pt)**

c/ Expliciter $g^{-1}(x)$. **(0,5 pt)**

d/ Dans le même repère que (C_f), construire $(C_{g^{-1}})$. **(0,5 pt)**