



Composition du premier semestre

Epreuve : mathématiques- niveau : TL

Durée : 3h

L'élève traitera le problème et, au choix, deux parmi les trois exercices

EXERCICE1 (05Points)

Soit le polynôme P définie par : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 23x - 12$

- 1) Montrer -3 est une racine de $P(x)$. En déduire une factorisation de $P(x)$. **(1.5pt)**
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$ **(0,5pt)**
- 3) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) \leq 0$ **(1pt)**
- 4) Déduire de la question 2) la résolution des équations :
 - a) $-2x^6 + 3x^4 + 23x^2 - 12 = 0$ **(1pt)**
 - b) $-2(2x + 1)^3 + 3(2x + 1)^2 + 23(2x + 1) - 12 = 0$ **(1pt)**

EXERCICE 2 (05Points)

Une urne contient quatre boules noires ; trois boules jaunes et deux boules rouges.

- 1) On tire simultanément trois boules de l'urne.
 - a) Déterminer le nombre de tirages possibles. **(0,5 pt)**
 - b) Déterminer le nombre de tirages contenant trois boules de même couleur. **(1 pt)**
 - c) Déterminer le nombre de tirages contenant trois boules de couleurs différentes. **(1 pt)**
- 2) On extrait une à une trois boules de l'urne en remettant à chaque fois la boule tirée.
 - a) Déterminer le nombre de tirages possibles. **(0,5 pt)**
 - b) Déterminer le nombre de tirages contenant une boule noire suivie de deux boules jaunes. **(1 pt)**
 - c) Déterminer le nombre de tirages contenant une boule noire et deux boules jaunes. **(1pt)**

EXERCICE 3 (05 Points)

Les questions 1) ; 2) et 3) sont indépendantes

- 1) On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ et $g(x) = 3x^2 + 1$
Déterminer $g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$ **(2 pt)**
- 2) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 + 2x^2 + x - 2$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 + 3}$

(1.5 pt)

3) Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

b) $f(x) = (x^3 + x)(x^2 - 2x + 2)$ (1.5 pt)

PROBLEME (10 Points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$; on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . (0.5pt)
- 2) Calculer les limites aux bornes de D_f . En déduire les asymptotes éventuelles. (1.25pt)
- 3) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq 2$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ (0.75pt)
- 4) Montrer que la droite $(D) : y = x + 3$ est une asymptote oblique à (C_f) . (1pt)
- 5) Etudier les positions relatives de (C_f) et de (D) . (1pt)
- 6) Montrer que le point $A(2 ; 5)$ est centre de symétrie de (C_f) . (1pt)
- 7) Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f . (1pt)
- 8) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations de f . (1,5pt)
- 9) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point de coordonnées $(3 ; 10)$. (1pt)
- 10) Tracer la courbe (C_f) et ses asymptotes. (1pt)

Fin de l'épreuve