MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE DAKAR
LYCEE YOFF VILLAGE
TS2

BAC BLANC 2017

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1

PARTIE A (3pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^3 + (-1-i)z^2 + (-8+3i)z - 10 - 28i = 0$ sachant qu'elle admet une solution imaginaire pur z_0.
2) Soit dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points $A(4+i)$, $B(-3+2i)$, $C(-2i)$ et $M(z)$.
   a) Déterminer la nature exacte du triangle ABC.
   b) Déterminer les coordonnées de G barycentre du système $(A\,;1)$, $(B\,;1)$ et $(C\,;-4)$.

PARTIE B (3pts)

Dans cette partie on pose

$$Z = \frac{iz + 1 - 4i}{z + 3 - 2i} \text{ avec } z = x + iy \text{ et } z \neq -3 + 2i$$

1) Exprimer Z en fonction de x et de y.
2) En déduire l'ensemble des points M pour que Z soit réel positif.
3)
   a) Interpréter géométriquement $|Z|$ et $\arg(Z)$.
   b) En déduire l'ensemble des points $M(z)$ pour que Z soit imaginaire pur.
   c) En déduire l'ensemble des points $M(z)$ pour que $|Z| = 1$

Exercice 2 : (3points)

Soit $(U_n)_{n\geq 0}$la suite géométrique de 1er terme u_0=4 et de raison $\frac{1}{2}$; $(V_n)_{n\geq 0}$ la suite arithmétique de 1er terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $\frac{\pi}{4}$ et z_n le nombre complexe de module U_n et d'argument V_n.

1)
   a) Exprimer U_n et V_n en fonction de n.
   b) En déduire z_n fonction de n.
2) Démontrer que z_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de 1er terme $z_0 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$.

Exercice (3points)

1) Une urne A contient 2 boules rouges et 3 boules noires, une urne B contient 3 boules rouges et deux boules noires. On tire au hasard une boule de l'urne A : si elle est noire, on la place dans l'urne B,

sinon, on l'écarte du jeu. On tire au hasard ensuite une boule de l'urne B. On considère les événements suivants:

R_1« La boule tirée de A est rouge»

N_1« La boule tirée de A est noire »

R_2« La boule tirée de B est rouge »

N_2« La boule tirée de B est noire »

a) Calculer les probabilités des événements R_1et N_1.

b) Calculer les probabilités des événements « R_2sachant R_1»et « R_2 sachant N_2 ».

c) En déduire que la probabilité de R_2 est $\frac{27}{50}$.

d) Calculer la probabilité de N_2.

2) On répète n fois l'épreuve précédente (tirage d'une boule de A, suivie du tirage d'une boule de B dans les mêmes conditions initiales indiquées ci-dessus), en supposant les différentes épreuves indépendantes.

Quel nombre minimum d'essais doit-on effectuer pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois une boule rouge ?

Problème 8 points

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par : $f(x) = \begin{cases} x\ln x + x \text{ si } x < 0 \\ x - 1 + e^{-x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé$(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1,5cm.

1) Déterminer (D_f)et les limites aux bornes de (D_f).
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en O.
3) Etudier les variations de f.
4) Déterminer les branches paraboliques de (C_f)
5) Déterminer l'aire du domaine limité par les droites d'équations $x = 0$, $x = \ln 3$, la courbe (C_f) et l'axe des abscisses.
6) Montrer que f admet une bijection h^{-1} réciproque de $[0;+\infty[$ vers un intervalle J à déterminer.
7) Tracer (C_f) et $({C_h}^{-1})$.